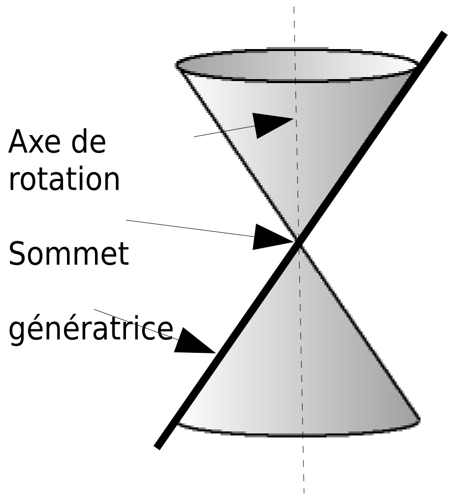
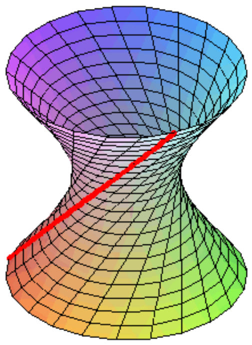
1) Cône de révolution :

Ce qui est appelé un cône en mathématique serait plutôt appelé « double cône » ou « diabolo » dans le langage courant :

Voici comment obtenir un cône : on considère deux droites sécantes de l'espace. La première constituera ***l'axe*** du cône et la seconde est appelée ***une génératrice***. Si on fait tourner cette génératrice autour de l'axe, elle décrit la surface recherchée : le cône. C'est pourquoi on dit que cette droite « génère » le cône.
Le point d'intersection de l'axe avec la génératrice est appelé ***le sommet*** du cône. L'axe est parfois appelé « axe de rotation » ou encore « axe de révolution ».

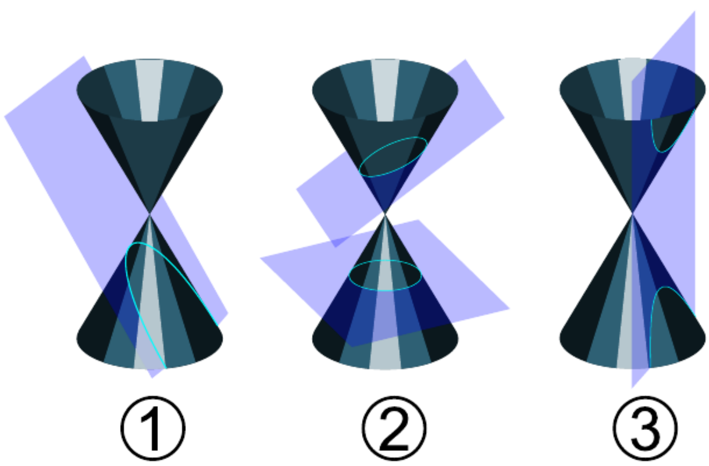




Remarque : une belle image : si la génératrice n'est pas supposée sécante avec l'axe, quelle est la surface obtenue ? Réponse (hors programme de terminale, mais utile en architecture, design et autre) : un *hyperboloïde à une nappe*.

2) Intersection entre un cône et un plan : coniques

Définition : Si on coupe un cône par un plan, l'intersection est une courbe appelée ***une conique.*** Il y a essentiellement 3 sortes de coniques :



Source : http://en.wikipedia.org

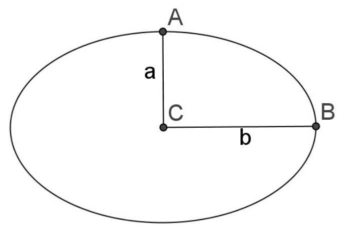
(2) : (En bas) : Si le plan de coupe est perpendiculaire à l'axe du cône, alors la conique est ***un cercle***.
(En haut) : En général, la conique est ***une ellipse***.
(1) : Si le plan est parallèle à une génératrice, alors la conique est ***une parabole***.
(3) : Si le plan de coupe est parallèle à l'axe de révolution du cône, alors la conique est ***une hyperbole.***

Remarque : La parabole étudiée au chapitre sur les fonctions du second degré est bien la même courbe que la parabole mentionnée ci-dessus : elle peut donc être définie par une équation du type $y=ax^2+bx+c$ (dans le plan de coupe).
L'hyperbole mentionnée au (3) a quand à elle été rencontrée en seconde. Dans le plan de coupe, elle représente une fonction … dont l'exemple le plus simple est la fonction inverse, définie par $f(x)=\frac{1}{x}$.

3)Équations d'ellipses, rappels sur les équations de cercles.

On a déjà travaillé sur les équations de cercles, utilisant un repère orthonormé du plan. On a vu qu'un cercle pouvait être défini par deux types d'équations : son équation cartésienne ou des équations paramétriques.
Chacun de ces deux types d'équations présente des avantages et des inconvénients : en fonction du contexte, on préfère utiliser l'un ou l'autre.

On vient de voir ci-dessus qu'en coupant un cône perpendiculairement à son axe, la section obtenue est un cercle. Si on incline légèrement le plan de coupe, on n'obtient plus un cercle mais une sorte d'« ovale » appelé une ellipse.



Comme le cercle, l'ellipse a **un centre** (c'est son centre de symétrie, noté ici : C).
Alors que le cercle a une infinité d'axes de symétrie, l'ellipse n'en a que deux : les droites (AC) et (BC) sur la figure ci-contre.
Alors que le cercle a un rayon (constant), la distance entre un point de l'ellipse et le centre n'est pas constante : il n'y a pas de rayon mais une distance minimum et une distance maximum.
La distance minimum entre un point de l'ellipse et le centre est appelé **demi petit axe** : c'est « a » sur la figure. La distance maximum entre un point de l'ellipse et le centre est appelé **demi grand axe** : c'est « b » sur la figure.

Les ellipses sont très importantes, au moins pour la raison suivante : si on dessine un cercle en perspective, on a deux possibilités : soit il est situé dans un plan frontal et n'est pas déformé par la perspective ; soit il est déformé et est représenté en perspective par une ellipse.

Remarque : mathématiquement, un cercle est un cas particulier d'ellipse, de même qu'un carré est un cas particulier de rectangle.

Voici les équations qui permettent de tracer une ellipse dans un repère orthonormé :

équation cartésienne : $\boxed{\dfrac{(x-x_C)^2}{b^2}+\dfrac{(y-y_C)^2}{a^2}=1}$

équations paramétriques : $\boxed{\begin{cases} x=x_C+b\times\cos(t) \\ y=y_C+a\times\sin(t) \end{cases}}$, t variant de 0° à 360°.

Rappel : t est un paramètre correspondant à l'angle au centre, mesuré à partir du point situé le plus à droite, B sur la figure, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre (voir la figure ci-dessous)

Rappels sur les équations du cercle :

équation cartésienne : $\boxed{(x-x_C)^2+(y-y_C)^2=\mathrm{R}^2}$ ou encore : $\dfrac{(x-x_C)^2}{R^2}+\dfrac{(y-y_C)^2}{R^2}=1$

équations paramétriques : $\boxed{\begin{cases} x=x_C+R\times\cos(t) \\ y=y_C+R\times\sin(t) \end{cases}}$

t variant de 0° à 360°

voir la figure ci-contre pour quelques exemples de valeurs de t.